

# Konstrukcje Steinerowskie

Prowadzący:

Damian Głodkowski (damiang0071[at]gmail.com)

Klaudia Nosal (klaudia.nosal96[at]gmail.com)

## Zadania kwalifikacyjne

Aby zakwalifikować się na warsztaty trzeba nadesłać rozwiązania wszystkich zadań obowiązkowych i zdobyć jak największą liczbę punktów za zadania nieobowiązkowe. Liczba punktów za każde z zadań nieobowiązkowych będzie zależna od liczby nadesłanych poprawnych rozwiązań. Za częściowe rozwiązanie zadania można uzyskać część punktów przewidzianych za dane zadanie.

### Zadania obowiązkowe:

Zadanie 1.

Dany jest czworokąt wypukły ABCD, którego przekątne przecinają się w punkcie E. Proste AD i BC przecinają się w punkcie F. Prosta EF przecina odcinek AB w punkcie G. Udowodnij, że G jest środkiem odcinka AB wtedy i tylko wtedy, gdy AB jest równoległe do CD.

Zadanie 2. (Twierdzenie Pascala)

Na okręgu leżą punkty A, B, C, D, E, F. G, H, I są odpowiednio punktami przecięcia prostych AB i DE, AF i CD, EF i BC. Udowodnij że punkty G, H, I są współliniowe.

Zadanie 3.

Dane są rozłączne zewnętrznie okręgi  $o$  i  $r$  oraz punkt A leżący poza okręgiem  $o$ . Posługując się cyrklem i linijką skonstruuj:

- styczne do okręgu  $o$  przechodzące przez punkt A,
- styczne do okręgów  $o$  i  $r$ ,
- obraz punktu A w inwersji względem okręgu  $r$ .



## Zadania nieobowiązkowe:

Zadanie 1.

Dane są odcinki o długościach  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ . Posługując się cyrklem i linijką skonstruuj trapez o podstawach długości  $a$  i  $b$  oraz przekątnych długości  $c$  i  $d$ .

Zadanie 2.

Dane są okręgi  $o_1$  i  $o_2$  oraz punkty A i B. Posługując się cyrklem i linijką skonstruuj taki równoległobok ABCD, aby punkty C i D należały odpowiednio do okręgów  $o_1$  i  $o_2$ .

Zadanie 3.

Dane są dwa rozłączne zewnętrznie okręgi  $o_1$  i  $o_2$  oraz punkt A nienależący do żadnego z tych okręgów. Posługując się cyrklem i linijką skonstruuj taki okrąg styczny zewnętrznie do okręgów  $o_1$  i  $o_2$ , aby punkty styczności były współliniowe z punktem A.

Zadanie 4.

Dany jest okrąg  $o$  i punkty A i B. Posługując się cyrklem i linijką skonstruuj okrąg styczny do  $o$ , przechodzący przez A i B.

Zadanie 5.

Dane są różne punkty A, B, P, Q. Posługując się cyrklem i linijką skonstruuj taki punkt C, aby trójkąt ABC był podobny do trójkąta PQC.

Zadanie 6.

Dane są odcinki o długościach  $p$ ,  $q$ ,  $r$ . Posługując się cyrklem i linijką skonstruuj trójkąt o wysokościach  $p$ ,  $q$ ,  $r$ .

Zadanie 7.

Dane są parami rozłączne zewnętrznie okręgi  $o_1$ ,  $o_2$  i  $o_3$ . Posługując się cyrklem i linijką skonstruuj okrąg styczny wewnętrznie do każdego z okręgów  $o_1$ ,  $o_2$ ,  $o_3$ .

