

Zadania Kwalifikacyjne

1 Wstęp

Do kwalifikacji liczone będą wyniki 2 zadań z 4, próg kwalifikacji zostanie ustalony po sprawdzeniu prac jednakże wątpię aby był on większy od 4/7 zadania. Każde rozwiązanie powinno zostać wyposażone w komentarz co robicie i dlaczego. Zachęcam do wysyłania rozwiązań w formacie PDF na stronę warsztatową (najlepiej w latex u chociaż skany ręcznego pisma też będą dobre), jeżeli macie jakieś pytania odnośnie treści zadań lub ich rozwiązań zachęcam do kontaktu mailowego na mr.kapusta@student.uw.edu.pl, będę starał się na bieżąco odpowiadać. Zadania do najprostszych nie należą jednakże nie musicie robić ich wszystkich, większość z nich wymaga zastosowania znanych wam zasad/praw/wzorów w sposób mądry jednakże jeżeli coś wam nie wyjdzie zachęcam do napisania samych przemyśleń/oszacowań wyniku itp.

2 Zadanie nr 1

Rozważmy obserwatora na planecie w środku gromady kulistej o promieniu R . Gwiazdy w gromadzie świecą z mocą L a ich liczba na jednostkę objętości jest stała w obrębie gromady. Policz jaki jest strumień promieniowania całego nieba dla obserwatora i porównaj go ze strumieniem słońca widocznym z ziemi, który wynosi $S = 1366 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$. Przyjmij, że $R = 86 \text{ly}$, w gromadzie jest $N = 10^7$ gwiazd a ich średnia jasność to $L = 0.1L_{\odot}$.

Hint Rozważ strumień pochodzący z bardzo cienkiej sfery o promieniu r i grubości dr .

3 Zadanie nr 2

Gromada kulista o masie m obiega po orbicie kołowej o promieniu R galaktykę o masie M . W pewnej odległości od centrum gromady gwiazdy zaczynają coraz bardziej odczuwać wpływ pola grawitacyjnego galaktyki w skutek czego możemy wprowadzić pewien promień gromady r w obrębie którego gwiazdy nie odklejają się jeszcze od gromady. Podaj wzór na r w zależności od podanych parametrów zakładając, że $R \gg r$.

Hint Spróbuj znaleźć wzór na siłę pływową i zastosować do gromady kulistej.

4 Zadanie nr 3

W kierunku gwiazdy pierwszej o masie M zmierza gwiazda druga o masie m takiej, że $M \gg m$. Gwiazda nr 2 ma w nieskończonej odległości prędkość v oraz odległość pomiędzy prostą, po której porusza się gwiazda nr 2 a gwiazdą nr 1 wynosi b (tak zwany parametr zderzenia). Policz:

1. O jaki kąt zostanie odchylony tor gwiazdy nr 2 względem początkowej jego trasy
2. Jaka jest minimalna odległość pomiędzy obiema gwiazdami w trakcie całego zbliżenia
3. Jak zmieniają się podane wartości gdy gwiazda nr 2 będzie miała niezaniedbywalną masę względem masy M ?

Hint Zasady zachowania energii i momentu pędu lub równanie hiperboli. Jeżeli będzie Ci łatwiej to możesz podać wynik w zależności od energii oraz momentu pędu gwiazdy drugiej.

5 Zadanie nr 4

Rozważmy obłok samograwitującej materii (o takiej samej masie molekularnej) o całkowitej masie M . Temperatura w obrębie całego obłoku jest stała a w skali makroskopowej obłok jest statyczny (obłok jest w równowadze hydrostatycznej) i jest sferycznie symetryczny. Okazuje się, że przy danych założeniach rozwiązaniem analitycznym zależności gęstości od odległości od środka sfery jest $\rho(r) = \rho_0 \left(\frac{r}{r_0}\right)^\alpha$ gdzie α jest stałym współczynnikiem a ρ_0 oraz r_0 to stałe.

1. Policz ile wynosi współczynnik α
2. Czy rozwiązanie z treści zadania ma fizyczny sens? Odpowiedź uzasadnij.

Hint Rozważ siły działające na nieskończenie cienką warstwę w odległości r od środka gromady. Możesz zastosować równania dla gazu doskonałego.

6 Matematyka

W tym miejscu powinno znaleźć się zadanie sprawdzające waszą umiejętność całkowania i różniczkowania jednakże nie chcę dawać wam zadań obliczeniowych bo nie chodzi o to aby zawalić was obliczeniami jak na analizie dlatego prosiłbym was o przeczytanie czym jest gradient i dywergencja, czym jest całka przez powierzchnię oraz jak całkę przez powierzchnię można zamienić na całkę po objętości (tw Gauss-Ostrogradskiego). Powyższe zagadnienia nie będą konieczne, pojawią się zaledwie na moment jednakże znajomość powyższych zagadnień z pewnością pomoże zrozumieć teoretyczne aspekty dynamiki gwiazd. Przeczytanie kilku artykułów na Wikipedii powinno wystarczyć, zachęcam także do przestudiowania czym jest prawo Gaussa dla elektromagnetyzmu.