

Zadania kwalifikacyjne



Wakacyjne Warsztaty Wielodyscyplinarne 2021
(nie)magiczna teoria kwantowa

ADAM WESOŁOWSKI

Kilka słów wstępu:

Poniższa lista składa się z 5 zadań, za które można otrzymać łącznie 110 punktów. Aby zakwalifikować się na warsztaty należy uzyskać minimum x punktów (to be announced). Rozwiązane zadania załączamy na stronie warsztatów, w razie jakichkolwiek pytań, zapytań czy podpytań: a.wesolowski@lancaster.ac.uk

Po zakwalifikowaniu się na warsztaty, uczestnicy otrzymają na adres e-mail, spis zagadnień, które zostaną poruszone na warsztatach, oraz listy zaawansowanych zadań do przećwiczenia przed warsztatami. Pod koniec warsztatów wszyscy otrzymają również test składający się z 10 zadań, aby sprawdzić swoją wiedzę. Rozwiązany test będzie można odesłać do sprawdzenia.

Zadanie 1.[30]

Rozwiąż równania, czym różnią się wyniki?:

$$\ddot{y} + 2\dot{y} - 3y = 0 \quad (1)$$

$$\ddot{y} + 2\dot{y} + 3y = 0 \quad (2)$$

Zadanie 2.[15]

Mając dane $z_1 = 3i$ oraz $z_2 = e^{i2x}$ oraz $z_3 = e^{i2x} + e^{-i2x}$ oblicz $|z_1|$, $|z_2|$ oraz $|z_3|$.

Zadanie 3.[15]

Zapisz zasadę nieoznaczoności Heisenberga, podaj jej interpretację. Jakie warunki spełniają 2 prostopadłe wektory? Opisz szczegółowo funkcję $\operatorname{sech}(x)$. Opisz działanie macierzy na wektor, czym jest wektor własny macierzy, a czym jest wartość własna?

Policz:

$$\frac{d(e^{ikx})}{dx}$$

Zadanie 4.[30]

Odpowiedz na pytania:

- Jakie są wspólne właściwości funkcji trygonometrycznych?
- Czy z wektorów $(1, 2)$ i $(1, 3)$ możemy utworzyć wektor: $(1, 1)$, $(-2, -1)$ lub $(1, 3, -1)$? Uzasadnij.
- Kiedy funkcja jest okresowa?
- Naskicuj funkcję $\sin ax$ zdefiniowaną na przedziale od 0 do 1 dla $a \gg 1$.
- Cząstka ma pęd 1, jaka jest długość fali materii dla tej cząstki?
- Prawdopodobieństwo zdarzenia, że liczba x znajduje się w przedziale zamkniętym $[1, 2]$ wynosi 1. Prawdopodobieństwo wylosowania konkretnej liczby z tego przedziału wynosi $\mathbb{P}(x) = \frac{A}{x^2}$. Jakie warunki musi spełniać liczba A ?

Zadanie 5*.[20]

Jaki jest minimalny pęd cząstki o masie m , która może poruszać się tylko w przestrzeni ograniczonej pudełkiem o wymiarach $l \times l \times l$.

Policz:

$$\int x \cdot \sin(x) dx =$$

$$\int e^x dx =$$

$$\int e^{ix} dx =$$

(tak... będą dodatkowe punkty)

Ankieta

1. Czy kiedykolwiek miałeś/aś do czynienia z macierzami? W jakim stopniu?
2. Czy znane jest Ci pojęcie iloczynu wewnętrznego?
3. Czy miałeś/aś wcześniej do czynienia z liczbami zespolonymi? W jakim stopniu?
4. W której klasie jesteś?