

# Istota Teorii Względności

Paweł Przybyła

6.05.2022 r.

## Streszczenie

Warsztaty w ramach XVIII Wakacyjnych Warsztatów Wielodyscyplinarnych.

## Wstępnie na wstępie

### Na co to komu?

Celem warsztatów jest przybliżenie szczególnej i ogólnej teorii względności, w sposób oparty na fizycznej intuicji oraz rozumowaniu bliskiemu samemu Einsteinowi, (to on sam napisał „skrypt” warsztatów) a nie matematycznych niuansach, zawiłościach (nie żeby matematika, nie była nauką przyrodniczą) oraz definiowaniu, przez połowę wykładu, niezbędnych pojęć. Zapraszam każdego chętnego pragnącego posłuchać trochę o relatywistyce oraz gotowego znieść duże ilości dygresji i wtrąceń historycznych.

Motywacją do powstania warsztatów było moje zderzenie się ze ścianą, gdy zobaczyłem jaka jest przepaść w poziomie materiałów do nauki OTW, a STW oraz, jak bardzo teoria ta, zdaje się być bardziej pojęciowo rozbudowana. Różnica między teorią szczególną, a ogólną, zdawała się być wtedy, mniej więcej, taka jak pomiędzy krzesłem, a krzesłem elektrycznym.

1. STW uczy się praktycznie każdy student, który ma fizykę, a OTW uczy się tylko niewielka część studentów fizyki.
2. Na temat STW powstało wiele ładnych animacji, książeczek i przykładów, a na temat OTW (do niedawna) nie było, łatwo dostępnego, prawie nic.
3. Do nauki STW nie trzeba znać nawet algebry liniowej, czy rachunku różniczkowego, a przy OTW bez geometrii różniczkowej się nie obejdzie.
4. W STW można robić ładne obrazki (tzw. diagramy czasoprzestrzenne) i na ich geometrii oprzeć teorię, a w teoretycznie „geometrycznej” OTW, namalować się, zbytnio nie klarownie, nie da.
5. Wiele współczesnych źródeł nie widzi STW jako prekursora teorii ogólnej i odłączają (lub zamiatają pod dywan) temat OTW od standardowego wprowadzenia do relatywistyki.
6. Często sugeruje się, że STW to teoria determinująca kinematykę i naturę czasoprzestrzeni, zaś OTW opisuje tylko dynamikę pola grawitacyjnego i jest w istocie teorią oddziaływania (tak jak przykładowo model standardowy).
7. O STW można dużo powiedzieć za pomocą prostych eksperymentów myślowych, o OTW zaś często nie mówi się więcej niż „yyy no grawitacja to zakrzywia czasoprzestrzeń tak, jakby wrzucić ciężarek na rozciągnięte płótno”.

Na większość powyższych „bolączek” postaramy się jakoś odpowiedzieć w trakcie trwania Warsztatów. Na przykład, będę się starał pokazać różne perspektywy na to, co to w ogólnie językowo ma znaczyć, że czasoprzestrzeń jest powyginana.

### *Caveat emptor*

Jako, że ogólna teoria względności jest ogromną dziedziną, to będziemy próbowali poruszyć sporo wątków. Jednocześnie wszystkie będę starał się poruszyć na tyle dogłębnie, aby zadowolić samego siebie oraz słuchaczy. Mam nadzieję, że to rozbudzi ciekawość i zachęci do dalszej nauki. (A wyrobione intuicje przydadzą się później, już na kursach uniwersyteckich)

## Przebieg Warsztatów

Plan Warsztatów będzie zależał w dużej mierze od tego, jak ładnie i szczegółowo się przedstawicie, bo wtedy będę wiedział jakie wątki poboczne pobierać, co was interesuje oraz, i co najważniejsze, na jakim poziomie jesteście i na co powinienem poświęcić więcej czasu. Głównym moim źródłem będzie oczywiście książka z tytułu. *A priori* nie będzie zakładana znajomość prawie żadnej wiedzy dotyczącej teorii względności, lecz gorąco zachęcam do samodzielnej nauki, na pewno nic przez to nie stracie, bo tematów do poruszenia mam naprawdę sporo i może to pomóc w lepszym i szybszym zrozumieniu niektórych z nich.

Jeżeli ktoś się będzie czuł przytłoczony, ilością przerabianego materiału, to nie poddawać się a pytać, pytać i jeszcze raz pytać! W przerwach, w mailach i po zajęciach. Samodzielne przemyślenie przedstawianych idei to integralna część nauki, a to od was zależy, jak dobrze wykorzystacie nasz ograniczony czas trwania zajęć. Po zakończeniu Warsztatów będę się starał ustalić jakoś godzinę na końcowe Q&A dla chętnych. Ogólny plan zajęć wygląda następująco:

- Dzień pierwszy: Pewne pojęcia fizyki przedrelatywistycznej oraz szczególna teoria względności.
- Dzień drugi: Omówienie problemów dotychczasowej teorii i wprowadzenie pojęć występujących w teorii ogólnej pojęć i praw.
- Dzień trzeci: Fizyka zjawisk występujących w OTW, może trochę kosmologii i na co zostanie czasu...

## Co czytać, kogo słuchać

W internecie jest pełno bardzo dobrych materiałów do nauki. Podobnie istnieje bardzo wiele książek, opisujących omawiane tematy bądź matematykę z zadań kwalifikacyjnych. W razie pytań, wątpliwości, chęci zasięgnięcia porady oraz wszelakiej maści pomocy, uniżnie służę pod mailem: pawprzybyla9@gmail.com . Poniżej skonstruowałem listę materiałów do nauki poszczególnych tematów. Kolejność pozycji na liście zależy od tego, jak dobrze sam je wspominam i jak wiele z nich wyciągnąłem, lecz jest to moja obiektywna ocena. Proszę BROŃ BOŻE nie myśleć, że trzeba wszystkie przeczytać, albo nawet w ogóle do czegośkolwiek zaglądać, po prostu chcę chętnym zostawić materiały, aby ci, którzy chcieliby się uczyć mieli ku temu sposobność. Oto lista :

### Ogólnie matematyka

1. "Essence of calculus", "Essence of linear algebra", Grant Sanderson (3Blue1Brown).
2. Cały kanał de facto poświęcony rachunkowi różniczkowemu z masą przerobionych przykładów, : <https://www.youtube.com/c/blackpenredpen>.
3. Mathematical Methods For Physics And Engineering, K. F Riley.

### Analiza

1. Zbiór dobrze i dokładnie przerobionych przykładów oraz zadań z odpowiedziami: „Rozwiążemy zadania z analizy matematycznej”. Część 1, Tomasz Radożycki.
2. Do „poćwiczenia ręki”: „Analiza matematyczna w zadaniach”, W. Kryszicki i L. Włodarski.

### Algebra

1. Do zrozumienia i przećwiczenia macierzy: [Elementarz liniowy](#), Grzegorz Cieciora
2. „ Algebra. Podstawy”, R.R. Suszek  
**Uwaga! Czytasz na własne ryzyko, a poza tym kompletnie nie związane z treścią Warsztatów** (dla kompletnych zapaleńców, może za kilka lat się przyda).

## STW

1. Tegoroczne Warsztaty: „Szczególna Teoria Względności”, Mateusz Kulejewski.
2. Doskonałe wprowadzenie intuicyjno-geometryczne do szczególnej teorii względności: „[Intro to Special Relativity Course](#)”, Henry Reich (MinutePhysics).
3. Wszystko pod szyldem „Niezwykle szczególna teoria względności” oraz Andrzeja Dragana w tym [jego kanał](#).
4. [Wykłady](#) A. Szymachy.
5. Kilka fajnych playlist (bardziej popularnonaukowe):  
[60Symbols "Gamma Trilogy"](#), [Alessandro Roussel](#), [Eugene Khutoryansky](#).
6. Relativity Visualized, Lewis Carroll Epstein.

## Wymagania

Na pytanie ile matematyki powinien znać fizyk, istnieje tylko jedna słuszna odpowiedź: Więcej! Przerobienie wszystkich zadań definiuje poziom wejściowy. W przypadku nie zrobienia jakichś zadań w terminie, proponuję i tak zrobienie ich samemu oraz odesłanie rozwiązań. Oczywiście, można przyjść na Warsztaty uprzednio nie przerobiwszy wszystkich z nich, lub nawet nie zadając sobie trudu konfrontacji z nimi, jednakowoż uważam, iż dojrzałym podejściem będzie rzetelne przygotowanie. Poza poziom zadań kwalifikacyjnych, do pełnego zrozumienia głównej treści, nie będzie potrzebna żadna wiedza wykraczająca poza poziom zadań.

## Zadania

**Uwaga 1.!** Można czerpać z dowolnej literatury, internetu oraz różnego rodzaju wskazówek. Możecie też współpracować nad rozwiązaniami zadań. Proszę natomiast zaznaczyć źródła oraz wkład innych osób, jest to dobry naukowy nawyk.

**Uwaga 2.!** Próg kwalifikacji nie jest sztywny, zasadniczo im więcej zadań zrobionych tym lepiej, a lepiej przesłać cokolwiek, niż nic i wykazać się zaangażowaniem. Obszerne rozwiązania zadań opisowych są preferowane i wyżej punktowane (lecz proszę unikać wodolejstwa!).

**Uwaga 3.!** Jeżeli ktoś nie zrobi zadań, lecz przekona mnie w indywidualnym kontakcie, że jest przygotowany i potrafi wymagane zagadnienia z tej oto listy, będzie zakwalifikowany.

**Uwaga 4.!** Niektóre pytania są zapisane nieprecyzyjnie, aby pobudzić kreatywność Czytelnika, a nie po to aby zniechęcić go do dłuższej i ogólniejszej odpowiedzi.

### Zadanie 0. (Prezentacja, 20 pkt.)

Przedstaw się, napisz coś o sobie. Jak się nazywasz? Do jakiej klasy, szkoły chodzisz? Co cię interesuje z rzeczy „naukowych”, a co z pozanaukowych? Dlaczego zdecydowałeś się na udział w tych Warsztatach? Jakie jest twoje zaplecze matematyczno-fizyczne? Czego oczekujesz od tych Warsztatów?

### Zadanie 1. (Pochodne, 5 pkt.)

Oblicz funkcje pochodne funkcji o wartościach zadanych wzorami:

1.  $f(x) = \frac{x^2+3}{x-1} \cos x$

2.  $g(x) = \operatorname{tg}(\cos x)$

3.  $h(x) = x \log(\sin(x + e^x))$

## Zadanie 2. (Całki, 10 pkt.)

1. Czymże jest całka? Wyjaśnij pokrótce to pojęcie, podaj związek definicji ścisłej z jej interpretacją geometryczną i pojęciem antypochodnej (funkcji pierwotnej) a najlepiej to podaj jeszcze, dlaczego pojęcie całki jest wielce użyteczne w zastosowaniach wszelakich.
2. Dlaczego powinno zachodzić Podstawowe Twierdzenie Rachunku Różniczkowego i Całkowego? Podaj heurystyczne wyjaśnienie. Opisz związek pomiędzy funkcją pochodną, a całką danej funkcji. Spróbuj wytłumaczyć twierdzenie w jak najmniejszej ilości słów.
3. Obliczyć:  $\int (7x^2 + x^3)e^x dx$
4. Obliczyć:  $\int \frac{x^3+x}{x^2-1} dx$
5. Obliczyć:  $\int \arctg x dx$

## Zadanie 3. (Konwencja sumacyjna, 10 pkt.)

Czym jest konwencja sumacyjna Einsteina? Wyjaśnij pokrótce oraz podaj uzasadnienie, dlaczego się ją stosuje. Zapisz w niej wzory na iloczyn skalarny, wektorowy, macierzy oraz gradient, rotację i dywergencję.

## Zadanie 4. (Macierze, 5 pkt.)

Obliczyć iloczyny macierzowe:

- $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

## Zadanie 5. (Wstęp do STW, 10 pkt.)

Wybrać i wykonać jedno z poniższych:

- Dla niewiedzących o szczególnej teorii względności nic; Co to jest układ inercjalny? Jakie paradoksy mogą wynikać z połączenia zasady względności Galileusza (brak absolutnego spoczynku, faktu, że ruch jest wyłącznie względny) ze stałością prędkości światła? Czy zasada dodawania się prędkości przy zmianie prędkości układu odniesienia może być słuszna? Czy można by wtedy, w teorii, zaobserwować zamrożone światło" (nieruchome)? Liczę bardziej na kreatywność odpowiedzi, niż na przepisywanie książek i Wikipedii...
- Dla chcących się czegoś nowego dowiedzieć: Coś poczytać, obejrzeć o STW z kilku źródeł (mogą być te wymienione powyżej) oraz wypisać po kilka wad i zalet każdego z nich oraz sposobu przedstawiania treści w nich (ocenić walory dydaktyczne). Pozwoli to na sprawdzenie, jakie metody dydaktyczne odpowiadają Drogiemu Czytelnikowi.
- Dla raczej znających coś STW: Co to jest transformacja Lorentza, skrócenie Lorentza, dylatacja czasu? Podać odpowiednie wzory.
- Ewnetualnie: Przysiąc na słowo harcerza, że pójdzie się na Warsztaty "Szczególna Teoria Względności", Matusza Kulejewskiego.

## Zadanie 6. (Geometria, 10 pkt.)

1. Jakie trzy typy powierzchni wyróżniamy ze względu na krzywiznę?
2. Co wyróżnia geometrię euklidesową? Jakie są największe różnice pomiędzy geometriami euklidesowymi, a nieeuklidesowymi? Jest to temat rzeka, a zadanie ma sprawdzić spostrzegawczość i dociekliwość.
3. Jak się mają obwody kół w tych geometriach do wielkości  $l = 2\pi r$ , gdzie  $r$  to promień tegoż koła?

### **Zadanie 7.\* (Dodatkowe, dla tych co za dużo czasu mają, 0 pkt.)**

Zastanowić się, czy światło powinno spadać w polu grawitacyjnym i, czy z przyspieszeniem  $g$ .  
Jak zbudować *perpetum mobile*, jeżeli nie istnieje grawitacyjny efekt Dopplera, czyli przesunięcie ku czerwieni fotonów opuszczających pole grawitacyjne?

### **Kontakt i przesyłanie zadań**

Zadania proszę przysyłać do mnie przez stronę. W razie pytań, wątpliwości bądź chęci dowiedzenia się czegoś więcej o Warsztatach i nie tylko, pisać na maila: pawprzybyla9@gmail.com .