Głównym celem zadań jest przygotowanie do warsztatów. Odwzorowują one problemy matematyczne, które się będą pojawiać na warsztatach. Co prawda nie są to bardzo trudne problemy, ale niektóre są dosyć długie rachunkowo i może po prostu nie starczyć czasu na wytłumaczenie każdego dokładnie. Z tego powodu nie uważam, że te zadania są do końca „kwalifikacyjne”- jeśli ktoś czegoś nie rozwiązał, to może zapytać o to na warsztatach, ale musi się liczyć z tym, że może być to sama końcowa odpowiedź (np. w przypadku zadania 5. byłoby to jawne podanie funkcji $y(x)$ i pokazanie, że rzeczywiście spełnia ona podane równania różniczkowe, ale dojścia do tego jak otrzymać tę funkcję). Chodzi w nich więc bardziej o głębsze zrozumienie tego, co się dzieje matematycznie.

1 Zadanie

Dla funkcji f i g różniczkowalnych w punkcie x znaleźć różniczki:

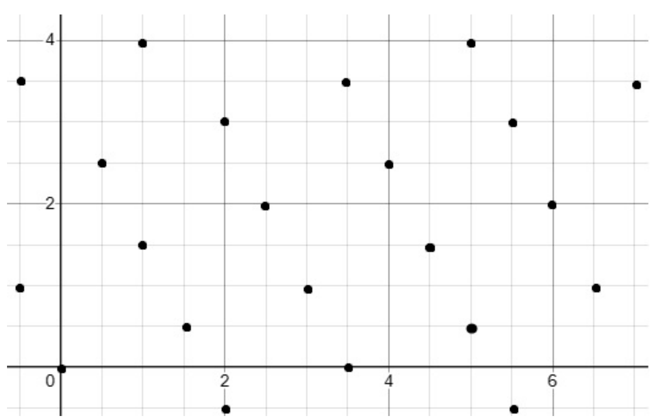
- $(f+g)'\ (x)$,
- $(fg)'\ (x)$,
- $(f \circ g)'\ (x)$,

gdzie $f \circ g$ oznacza złożenie funkcji f i g. Na podstawie tych różniczek obliczyć:

$$\frac{d(sin(ax^n))}{dx},$$

gdzie $a, n \in \mathbb{R}$ nie zależą od x.

2 Zadanie



Współrzędne każdego punktu na układzie współrzędnych (x, y) przedstawionym na rysunku może być wyrażony jako:

$$\overrightarrow{T} = n_1 \overrightarrow{t_1} + n_2 \overrightarrow{t_2},$$

gdzie $n_1,\ n_2 \in \mathbb{N}$. Znaleźć wektory $\overrightarrow{t_1}$ i $\overrightarrow{t_2}$ i obliczyć ich iloczyn skalarny i wektorowy.

Uwaga: wektor $\overrightarrow{T}$ ma składową $z = 0$.

3 Zadanie

Narysować w układzie współrzędnych (x, y) obszar:

$$\begin{cases} 4 \geqslant x^2 + (y-2)^2 \\ x \geqslant y \end{cases}$$

4 Zadanie

Narysować wykres funkcji:

$$f(x) = cos^2(x)$$

następnie narysować na tym samym wykresie funkcję $g(x) = 1/2$ i wyznaczyć x, dla których $f(x) \geqslant g(x)$ i je zaznaczyć na wykresie.

5 Zadanie

Znajdź $y(x)$ opisanego równaniem różniczkowym:

1. $$\frac{d^2y}{dx^2} = \alpha^2 y,$$

2. $$\frac{d^2y}{dx^2} = -\alpha^2 y,$$

gdzie $\alpha \in \mathbb{R}$.

6 Zadanie

Oblicz:

$$\lim_{R\to\infty} \int_{-R}^{R} \cos^2\left(\frac{x}{R}\right)\, dx$$