

WWW19
Kosmologia
Zadania kwalifikacyjne

1 Wstęp

Zadania proszę przysyłać przez stronę WWW we wskazanym terminie, w formacie dowolnym, byle czytelnym (dla ambitnych i dla tych co skrobą jak kura pazurem polecam kurs pisania po matematycznemu w \LaTeX 'u, np. tu: Learn \LaTeX in 30 minutes). Co do przydatnych materiałów - książka z całą potrzebną matematyką jest w opisie warsztatów, a fizykę polecam nawet googlować i szukać w Wikipedii (oczywiście - angielskojęzycznej). W razie jakichkolwiek pytań śmiało piszcie na m.kulejewski@student.uw.edu.pl.

2 Matematyka

2.1 Pochodne

Oblicz pochodne następujących funkcji:

1. $f(x) = \frac{(x-1)^2}{(x^3-2)^4}$
2. $f(x) = e^{\cos x}$
3. $f(x) = \arctg(x^2)$
4. $f(x) = x^{x^2}$
5. $f(x) = \ln(\sin x)$
6. $f(x) = x^2 \sin x$

2.2 Całki

Oblicz następujące całki nieoznaczone:

1. $\int (x^2 - 2x + 4)e^x dx$
2. $\int (\sin x)^2 dx$

3. $\int \frac{x}{(1+x^2)^2} dx$

4. $\int e^{\sqrt{x}} dx$

3 Fizyka

3.1 Grawitacja

1. Zapisz prawo powszechnego ciążenia Newtona w postaci prawa Gaussa (tj. równania na strumień natężenia pola grawitacyjnego przez zamkniętą powierzchnię). Podpowiedź: analogiczny związek między prawem Coulomba a prawem Gaussa w elektrostatyce.
2. Rozwiąż problem dwóch ciał w grawitacji Newtona. Nieobowiązkowe, dla ambitnych: rozwiąż problem trzech ciał w grawitacji Newtona.
3. Ile zajęłoby Ziemi spadnięcie na Słońce gdyby nagle przestała krążyć dookoła niego (tj. zatrzymała się względem Słońca i zaczęła spadać prosto na nie)?. Podpowiedź: trzecie prawo Keplera.

3.2 Cząstki

1. Jaka jest energia jonizacji wodoru (proszę o rozsądną odpowiedź, czyli w rozsądnych jednostkach)?

3.3 Hydrodynamika

1. Zapisz równanie Bernoulliego. Co ono opisuje? Z czego wynika? Jakiego oddziaływania nie uwzględnia?

3.4 Termodynamika

1. Zapisz i opisz równanie stanu gazu doskonałego.
2. Opisz (napisz wzór, skąd się bierze, etc...) promieniowanie emitowane przez ciało doskonale czarne.

3.5 Szczególna teoria względności

1. Co to jest interwał czasoprzestrzenny? Jak się ma do odległości w zwykłej, trójwymiarowej przestrzeni? Jaki jest jego związek z pojęciami przyszłości i przeszłości w teorii względności?