

Zadania kwalifikacyjne – 27 prostych

Paweł Przybyła

17 kwietnia 2026

Streszczenie

Warsztaty w ramach 22. Wakacyjnych Warsztatów Wielodyscyplinarnych.

Wstępne uwagi

Próg kwalifikacji wynosi 20 punktów.

Uwaga 1. Można czerpać z dowolnej literatury, internetu oraz różnego rodzaju wskazówek. Możecie też współpracować nad rozwiązaniami zadań. Proszę natomiast zaznaczyć źródła oraz wkład innych osób, jest to dobry naukowy nawyk.

Uwaga 2. Próg kwalifikacji nie jest sztywny, zasadniczo im więcej zadań zrobionych, tym lepiej, a lepiej przesłać cokolwiek niż nic i wykazać się zaangażowaniem. Obszerne rozwiązania zadań opisowych są preferowane i wyżej punktowane (lecz proszę unikać wodolejstwa!).

Uwaga 3. Jeżeli ktoś nie zrobi zadań, lecz przekona mnie w indywidualnym kontakcie, że jest przygotowany i potrafi wymagane zagadnienia z tej oto listy, będzie zakwalifikowany.

Zadania

Zadanie 1. (Pochodne, 5 pkt.)

Oblicz funkcje pochodne funkcji o wartościach zadanych wzorami:

1. $f(x) = \frac{x+3}{x-1} \cos x$
2. $g(x) = \operatorname{tg}(\sin x)$
3. $h(x) = x \log(\sin(x + e^x))$

Zadanie 2. (Macierze, 5 pkt.)

Obliczyć iloczyny macierzowe:

- $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

Zadanie 3. (Liczby zespolone, 5 pkt.)

Obliczyć i zapisać w postaci algebraicznej wynik:

- $(5 + 3i)(7 - i)$
- $e^{i\frac{63}{4}\pi}$
- $(21 + 3i)^* |7 - 65i|$

Zadanie 4. (Geometria analityczna, 15 pkt.)

Proszę:

- obliczyć punkty przecięcia prostej $2x + 3y - 5 = 0$ z okręgiem $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 196$
- obliczyć punkty przecięcia hiperboli $y^2 = x^2 + 9$ z elipsą $4x^2 + 25y^2 = 225$
- Pokazać, że krzywa $y = ax^2 + bx + c$ dla $a \neq 0$ spełnia klasyczną definicję paraboli jako krzywej będącej zbiorem punktów równoodległych od prostej zwanej kierownicą paraboli i punktu zwanego ogniskiem paraboli
- Podstaw w równaniu elipsy $(x + 7)^2 + 25y^2 = 49$ $x = t/z$, $y = w/z$ i zapisz to równanie jako warunek zerowania się trójmianu jednorodnego. Następnie zapisz je w zmiennych $X = z/t$, $Y = w/t$. Równanie jakiej krzywej otrzymałeś? Zinterpretuj wynik

Kontakt i przesyłanie zadań

Zadania proszę przysyłać do mnie przez stronę. W razie pytań, wątpliwości bądź chęci dowiedzenia się czegoś więcej o Warsztatach i nie tylko, pisać na maila: pawprzybyla9 na gmail.com .