

Tworzenie systemu samo-namierzającego

Zadania kwalifikacyjne V1

Mateusz Kamiński
mateusz.kam4@gmail.com

21.04.2026 r.

Cel

Poniższe zadania dotyczą uproszczonego modelu wyznaczania położenia obiektu na podstawie obrazu z dwóch kamer. Jest to podstawowa idea stojąca za widzeniem stereoskopowym, czyli potocznym “tworzeniem kamery 3D z dwóch kamer 2D”.

Zadanie nie wymaga znajomości zaawansowanego przetwarzania obrazu. Najważniejsze są: intuicja geometryczna, umiejętność pracy na prostych zależnościach oraz poprawne rozumowanie przestrzenne. Zadania te budują wiedzę potrzebną na początek warsztatów.

Wprowadzenie: jak punkt 3D trafia na obraz 2D?

Najprostszy model kamery to *model otworkowy* (ang. *pinhole camera model*). Zakładamy, że światło z punktu w przestrzeni przechodzi przez pojedynczy otwór kamery i pada na ekran umieszczony w pewnej odległości za tym otworem.

Jeżeli punkt w przestrzeni ma współrzędne (X, Y, Z) , a ekran kamery znajduje się w odległości f od otworu, to jego obraz na ekranie ma współrzędne:

$$x_{img} = f \frac{X}{Z}, \quad y_{img} = f \frac{Y}{Z}.$$

Z tego modelu wynikają dwie ważne obserwacje:

1. jedna kamera pozwala określić kierunek, w którym znajduje się obiekt, ale nie jego pełną odległość,
2. dwie kamery pozwalają wyznaczyć położenie obiektu przez przecięcie dwóch promieni obserwacji (triangulację).

W niniejszym zestawie rozpatrujemy niepełne 3D, lecz jego **uproszczony przekrój 2D**. Taki model jest wygodniejszy do liczenia ręcznego i dobrze oddaje główną ideę działania stereo-wizji.

Założenia wspólne do wszystkich zadań

Przyjmujemy następujący model:

- pracujemy w układzie współrzędnych (x, y) ,
- oś x oznacza kierunek poziomy, a oś y oznacza kierunek “do przodu” od kamer,
- kamery są skierowane w stronę dodatnich wartości osi y ,
- ekran każdej kamery ma siatkę 11×11 pól,
- środek ekranu ma współrzędne $(0, 0)$,
- jedna kratka odpowiada 1 cm na ekranie,
- odległość otworu kamery od ekranu wynosi $f = 5$ cm,

W zadaniach zapis punktu na ekranie podajemy w postaci (x_{ekr}, y_{ekr}) , gdzie:

- x_{ekr} – współrzędna pozioma,
- y_{ekr} – współrzędna pionowa.

W tym zestawie interesuje nas wyłącznie przekrój poziomy, dlatego w praktyce wykorzystywana będzie tylko współrzędna x_{ekr} . Współrzędna pionowa będzie we wszystkich podanych punktach równa 0.

Zadanie 0

Obowiązkowe pytania kontrolne, które pomogą mi jak najlepiej przygotować warsztaty:

- Kim jesteś? Co Cię interesuje? Dlaczego chcesz pojechać na WWW?
- W której klasie jesteś? Czy zajmujesz się głównie przedmiotami ścisłymi? Jakimi i w jakim zakresie?
- Co zachęciło Cię do moich warsztatów? Na czym z opisu najbardziej Ci zależy? Czy chciałbyś się dodatkowo dowiedzieć jeszcze czegoś na warsztatach?
- Czy poniższe zadania kwalifikacyjne sprawiły Ci problem?
- Ulubiony deser/ciasto?

Zadanie 1

Dwie kamery są ustawione w punktach:

$$K_1 = (0, 0), \quad K_2 = (1, 0).$$

Oznacza to, że odległość między kamerami wynosi 1 m.

Na ekranach kamer zaobserwowano ten sam obiekt w punktach:

$$(x_{ekr}, y_{ekr})_1 = (4, 0), \quad (x_{ekr}, y_{ekr})_2 = (-4, 0).$$

Wyznacz położenie obiektu w przestrzeni, czyli jego współrzędne (x, y) .

Zadanie 2

Kamery pozostają w tych samych położeniach:

$$K_1 = (0, 0), \quad K_2 = (1, 0).$$

Tym razem na ekranach obserwujemy:

$$(x_{ekr}, y_{ekr})_1 = (4, 0), \quad (x_{ekr}, y_{ekr})_2 = (0, 0).$$

Wyznacz położenie obiektu w przestrzeni, czyli jego współrzędne (x, y) .

Zadanie 3

Kamery znajdują się teraz w punktach:

$$K_1 = (0, 0), \quad K_2 = (1, 0.5).$$

Na ekranach zaobserwowano:

$$(x_{ekr}, y_{ekr})_1 = (1, 0), \quad (x_{ekr}, y_{ekr})_2 = (-3, 0).$$

Wyznacz położenie obiektu w przestrzeni, czyli jego współrzędne (x, y) .

Zadanie 4

Lasery znajdują się w punkcie:

$$L = (-1, 0).$$

Korzystając z położenia celu wyznaczonego w zadaniu 3, oblicz kąt ustawienia lasera potrzebny do trafienia w ten cel.

Przyjmij, że kąt jest mierzony względem dodatniego kierunku osi x .

Zadanie 5 (dodatkowe, trudniejsze)

Rozważ sytuację ogólną, w której kamery znajdują się w punktach:

$$K_1 = (0, 0), \quad K_2 = (B, 0),$$

gdzie $B > 0$ oznacza odległość między kamerami.

Ten sam obiekt został zaobserwowany w punktach:

$$(x_{ekr}, y_{ekr})_1 = (a, 0), \quad (x_{ekr}, y_{ekr})_2 = (b, 0).$$

Zakładając, że a i b są znane, a ogniskowa wynosi f , wyprowadź wzór na współrzędne obiektu (x, y) .

Następnie odpowiedz krótko na pytanie jakościowe: dlaczego wyznaczanie odległości staje się trudniejsze wtedy, gdy wartości a i b są do siebie bardzo zbliżone?