Zadania kwalifikacyjne na warsztaty „Niezupełność teorii matematycznych” w ramach WWW13

Damian Orlef

1 Zadania

Dla naszych potrzeb przyjmujemy, że $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \ldots\}$, tj. że 0 jest liczbą naturalną.

Zadanie 1.1. Przedstaw swój ulubiony (poprawny) dowód korzystający z zasady indukcji matematycznej (w dowolnej wersji). Jeśli wybór jest trudny, przedstaw dowolny poprawny.

Dwa kolejne zadania dotyczą następującego przydatnego faktu.

Twierdzenie 1.1. Załóżmy, że $n \in \mathbb{N}$ oraz $k_0, k_1, \ldots, k_n \in \mathbb{N}$. Wówczas istnieją takie $c, d \in \mathbb{N}$, że dla każdego $i = 0, 1, \ldots n$, reszta z dzielenia c przez $d(i+1)+1$ wynosi k_i.

Zadanie 1.2. Udowodnij Twierdzenie 1.1 dla $n = 1$. *Wskazówka:* chińskie twierdzenie o resztach.

Zadanie 1.3. Udowodnij Twierdzenie 1.1 dla dowolnego $n \in \mathbb{N}$.