

Zegary słoneczne i astronomia sferyczna

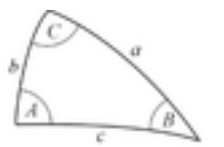
zadania kwalifikacyjne

Jakub Morawski

Informacje wstępne

Rozwiązania proszę przysyłać mailem na adres jm.morawski@gmail.com, w temacie wpisując "[WWW13 Zegary słoneczne] Rozwiązania zadań". Bardzo proszę o rozwiązania spisane w latexu i wysłane w formie pdf, w ostateczności przyjmę skany rozwiązań spisanych odręcznie, ale proszę wtedy o staranne spisywanie, bez skreśleń czy dziesiątek dopisanych post factum sprostowań na marginesie itp.

Wskazówki



Rysunek 1: Tak wygląda trójkąt sferyczny. Kąty oznaczone małymi literami to kąty o wierzchołku w centrum sfery, kąty oznaczone wielkimi literami to kąty dwuściennie między płaszczyznami, tj. np. kąt A jest to kąt dwuścienny między płaszczyzną kąta b i kąta c.

Dla trójkąta sferycznego takiego jak na rysunku 1 obowiązują wzory trygonometrii sferycznej:

- Twierdzenie sinusów:

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$$

- Twierdzenie cosinusów:

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

- Wzór pięcioelementowy:

$$\sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A$$

Horyzont jest to płaszczyzna styczna do powierzchni Ziemi w punkcie, w którym znajduje się obserwator.

Wysokość gwiazdy nad horyzontem jest to kąt między prostą obserwator-gwiazda a płaszczyzną horyzontu.

Zadania

1. Wiedząc, że oś Ziemi w dobrym przybliżeniu wskazuje na gwiazdę polarną, wyznacz zależność wysokości gwiazdy polarnej nad horyzontem od miejsca obserwacji (tj. jego współrzędnych geograficznych). Załóż, że Ziemia jest kulą i pomiń refrakcję atmosferyczną.
2. Wiedząc, że obserwator na biegunie południowym może zobaczyć gwiazdę Mimoza (β Cru) na wysokości $59^{\circ}41'20''$ nad horyzontem, wyznacz możliwe wartości wysokości tej gwiazdy nad horyzontem dla obserwatora znajdującego się w São Paulo, przez które przechodzi zwrotnik Koziorożca. Załóż, że Ziemia jest kulą i pomiń refrakcję atmosferyczną. *Hint: Odpowiedzią jest przedział*
3. Wiedząc, że odległość Ziemia-Słońce wynosi 8 minut i 19 sekund świetlnych, zaś odległość Ziemia-Księżyc wynosi ok. 1 sekundę świetlną, wyznacz z jakim całkowitym opóźnieniem (tj. względem chwili opuszczenia przez nie Słońca) rejestrujemy fotony, jeśli patrzymy na Księżyc i widzimy 70% jego tarczy. Pomiń inklinację orbity Księżyca.
4. Zaplanuj utworzenie sieci złożonej z trzech satelitów, które powinny okrążyć Ziemię po okręgach z możliwie najkrótszymi okresami obiegu. Wyznacz minimalny okres obiegu taki, aby w dowolnym momencie co najmniej jeden z satelitów znajdował się nad horyzontem astronomicznym dla obserwatora umieszczonego w dowolnym miejscu strefy międzyzwrotnikowej? Załóż, że Ziemia jest kulą o promieniu 6380 km i masie $6 \cdot 10^{24}$ kg. Pomiń refrakcję atmosferyczną.
5. Satelita obiega Ziemię z okresem równym dobie gwiazdowej, w kierunku zgodnym z ruchem obrotowym planety. Przyjmując, że orbita satelity jest okręgiem nachylonym do płaszczyzny równika pod kątem $i = 50^{\circ}$, opisz linię, jaką tworzy na powierzchni Ziemi zbiór punktów podsatelitarnych. Załóż, że Ziemia ma kształt kuli oraz pomiń wpływ oddziaływań perturbacyjnych.
6. Wyznacz odległość w kilometrach (rozumianą jako długość łuku na kuli ziemskiej) od Warszawy ($52^{\circ}13'47''N$ $21^{\circ}7'19''E$) do następujących miast:
 - (a) Ottawa ($45^{\circ}25'17''N$ $76^{\circ}41'50''W$)
 - (b) Barcelona ($41^{\circ}23'25''N$ $2^{\circ}9'14''E$)
 - (c) Antalya ($36^{\circ}32'58''N$ $31^{\circ}59'49''E$)
 - (d) Ateny ($37^{\circ}58'46''N$ $23^{\circ}42'58''E$)